PLESIOCHRONNÍ PŘEVODNÍK VZORKOVACÍ FREKVENCE

Plesiochronous Sample Rate Convertor

Michal Vlk*

Abstrakt

Při propojování digitálních elektroakustických zařízení se někdy setkáváme s problémem převodu vzorkovacích frekvencí, které jsou si velice blízké. Taková situace nastává v zařízeních, kde jsou použity různé autonomní zdroje hodinových signálů stejné frekvence.

V článku je popsán plesiochronní převodník vzorkovací frekvence založený na spojitém prototypu FIR filtru. Je uveden základní teoretický rozbor metody a popsán algoritmus výpočtu v jazyku ANSI C.

Abstract

Sometimes in digital acoustic signal transfer we solve problem of converting signals of two nearly similar sample rates. This situation occurs in equipments where more autonomous clocks (like quartz without PLL) are used. Therefore we must use plesiochronous sample rate converter (PCSRC) between them.

PCSRC based on the continous prototype of finite response digital filter is analyzed in the paper. General theory of such that system is presented and ANSI-C algorithm is introduced.

Úvod

Přestože je teorie lineárních systémů již dlouhou dobu dostatečně propracovaná (a to včetně systémů parametrických [1][2][3]), tak některé práce zabývající se převodem vzorkovací frekvence v elektroakustice [4] se stále snaží problematiku převést do pojmů soustavy lineární v čase invariantní s jistým „obohacením“. V dalším textu ukáži, že lze někdy postupovat mnohem příměji.

Obecně je možné lineární soustavu charakterizovat konvolucí:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(t,q)x(q)dq \qquad /1/$$

kde x(q) je vstup, y(t) výstup a H(t,q) je jádro transformace. Pro identitu je jádro prosté:

$$\left|H(t,q)\right|_{identita} = \delta\left(t-q\right) \qquad /2/$$

* Ing. Michal Vlk, Tesla, a.s., Poděbradská 186; 190 00 Praha 9 - Hloubětín; tel.: (++420) 266 107 696, e-mail: xvlkxvlk@gmail.com

Pro soustavy časově invariantní (LTI) lze zavést přenosovou funkci (všimněme si, že jde o funkci jedné proměnné):

$$\left|H(t,q)\right|_{LTI} = h(t-q) \qquad /3/$$

Existují ovšem i docela jednoduché transformace signálu, které ač jsou parametrické, používají se docela často. Jde například o prodloužení v čase. (to znamená „pustit pásek jinou rychlostí“):

$$\left|H(t,q)\right|_{DIL=k} = \delta(kt-q) \qquad /4/$$

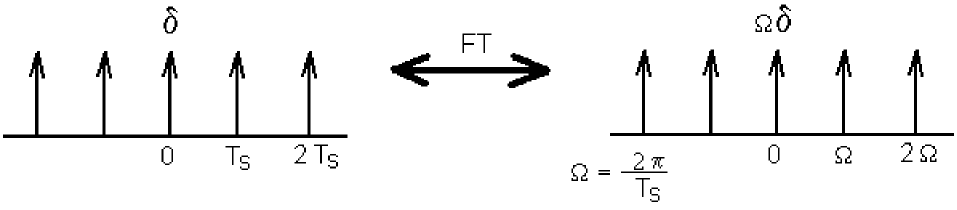
Naproti tomu operátor posunutí je „jenom“ časově invariantní:

$$\left|H(t,q)\right|_{DIS=d} = \delta(t-q+d) \qquad /5/$$

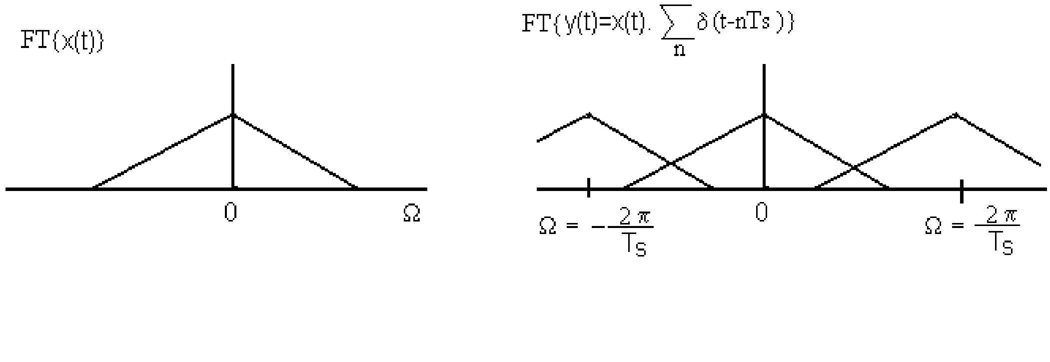
Naprosto analogické vztahy budou platit pro systémy v čase diskrétní, jen integrály přejdou v nekonečné součty a Diracovy distribuce přejdou v jednodušší „Kroneckerovy“ delty.
Jediný potenciální problém může být kmitočtový rozsah signálů. Protože vzorkování si lze představit jako násobení periodickou řadou Diracových impulsů,

$$y(t) = x(t).\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT_s) \qquad /6/$$

bude z elementárních vlastností Fourierovy transformace zřejmý překryv kmitočtových pásem (blíže viz. [5][6])
Velice názorné je sumu v /6/ a její Fourierův obraz zakreslit do obrázku:



Co se stane, pokud navzorkujeme spojitý signál, který není omezen kmitočtově? Potože násobení v časové oblasti odpovídá konvoluce v oblasti kmitočtové, bude spektrum navzorkovaného průběhu vypadat asi takto:



Proto veškeré signály, které vstupují do diskrétního zpracování, by měly být kmitočtově omezeny ($f_{max}=f_s/2$), aby byl výsledek jednoznačný. To neplatí jenom pro signály, ale také pro spojité prototypy filtrů.
Převodník vzorkovací frekvence je vlastně takový operátor posunutí /5/, jehož hodnota „k“ se mění v závislosti na okamžité fázi vstupního a výstupního signálu. Jde tedy o parametrickou soustavu.

Impulsní odezva posunutí je ve spojité oblasti Diracův impuls posunutý v čase o k. Jak ale vypadá operátor posunutí v oblasti diskrétní, který není ve sporu s /6/ ?
Je známa velká třída diskrétních filtrů, zvaných „filtry s konečnou impulzní odezvou“ (FIR) a některé z nich jsou vytvořeny navzorkováním spojitého prototypu. Proč tedy nevzít spojitý prototyp FIR filtru typu dolní propust za základ našeho interpolátoru?

$$FIR = \varphi\iota\rho . \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nTs) \qquad /7/$$

zde FIR je v čase diskrétní filtr a $\varphi\iota\rho$ je jeho spojitý prototyp. FIR s posunutím potom bude:

$$\left|FIR\right|_{DIS=d} = \varphi\iota\rho \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nTs + d) \qquad /8/$$

kde jedinou podmínkou na $\varphi\iota\rho$ je kmitočtové omezení, dané jednoznačností dle /6/.

Realizace

Při syntéze algoritmu autor vycházel z filtrů typu dolní propust navrhovaných pomocí okénka, u kterých lze jednoduše vyčíslit spojitý prototyp. Ukázalo se jako výhodné použít filtr Blackmannův a Blackmann-Harrisův. Jako výpočetně nevýhodný se ukázal filtr Kaiser-Besselův.
Blackmannovo okno je definováno:
FAC=0.42-0.50*COS(Q)+0.08*COS(2.Q)
Blackmann-Harrisovo okno je definováno:
FAC=1.0-(0.35875-0.48829*COS(Q)+0.14128*COS(2.0*Q)-0.01168*COS(3.0*Q))
kde Q je v intervalu $0..2\pi$
Vlastní filtr je tvořen součinem okna s funkcí typu:
FLT=sin(W)/W, kde $W=\alpha\pi n$. α je tím blíže jedné zdola, čím více koeficientů má náš FIR, protože α určuje šíři přechodového pásma.

Závěr

V článku byla ukázána jedna z aplikací parametrických soustav. Je jen škoda, že parametrické soustavy zůstávají stále mimo hlavní zájem odborné veřejnosti, přestože formulace některých problému s jejich pomocí může vést k překvapivě jednoduchým algoritmům. Měli bychom proto pohled na ně přehodnotit.

Výpis kódu v jazyku ANSI-C:

```
N = 128;                        /* velikost filtru, musí být RDX2*/
for(i=0;i<N;a[i]=0.0,i++);  /* nulování kruhového bufferu */
instp = 0.0;                    /* počátek okamžité fáze       */
k = 0;                          /* počátek kruhového bufferu   */
e = 0.99;                       /* konstanta změny frekvence   */
while(!feof())
     {
     instp += e;
     for(;instp>=1.0;)
          {
          k = ((k + N)-1)%N;
          a[k]= wave_in();
          instp -=1.0;
     }
     for(i=0;i<N;i++)          /* výpočet výstupního vzorku  */
          {
          if((i+instp)!=(N/2))
               {
               c[i]=a[(i+k)%N]*(0.42-0.5*cos(2*PI*(i+instp)/N)+
0.08*cos(4*PI*(i+instp)/N))*sin(PI*0.907*(i-
N/2+instp))/(PI*(i-N/2+instp));
          }
          else
               {
               c[i]=a[(i+k)%N]*(0.42-
0.5*cos(2*PI*(i+instp)/N)+0.08*cos(4*PI*(i+instp)/N))*0.907;
          }
     }
     for(l=1;l<N;l<<=1)        /* Radix 2 součet  */
          {
          for(m=0;m<(N-l);m+=l<<1)
               {
               c[m]=c[m]+c[m+l];
               }
     }
     wave_out(c[0]);
}
```

Literatura

[1] SCHWARTZ, Laurent: *MÉTHODES MATHÉMATIQUES POUR LES SCIENCES PHYSIQUES* ; HERMANN , Paris VI, 1961.

[2] WUNSCH, Gerhard: *SYSTEMTHEORIE* ; GEEST&PORTIG, Leipzig, 1975

[3] SAEKS, Richard: *GENERALIZED NETWORKS* ; Holt, Rinehart and Winston, New York, 1975

[4] ROTHACHER, Fritz Markus: *SAMPLE-RATE CONVERSION: ALGORITHMS AND VLSI IMPLEMENTATION* ; dizertace, SWISS FEDERAL INSITUTE OF TECHNOLOGY, ZURICH, 1995

[5] Čížek, Václav: *DISKRÉTNÍ SIGNÁLY A SOUSTAVY* ; ČVUT, PRAHA, 1980

[6] Самойло,К.А.,ред.: *РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ ЦЕПИ И СИГНАЛЫ* ; РАДИО И СВЯЗЬ, МОСКВА, 1982